

EXERCICE 1

**I/ Répondre par vrai ou faux**

1. L'opposé de l'inverse est l'inverse de l'opposé. ?
2. Deux nombres ayant le même carré sont égaux. ?
3.  $\sqrt{2} + 1$  est-il l'inverse de  $\sqrt{2} - 1$  ?

**II/ Q.C.M (Questions à Choix Multiples)**

Le nombre  $\sqrt{8} \times 3\sqrt{2}$  est égal à :

$3\sqrt{10}$  .....

$\sqrt{48}$  .....

12 .....

Le nombre  $\sqrt{2} - 1$  est :

Supérieur à  $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$  .....

Supérieur à  $(\sqrt{2} - 1)^2$  .....

Supérieur à  $\sqrt{\sqrt{2} - 1}$  .....

EXERCICE 2

Soit  $a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

Vérifier que  $a^2 = a + 1$

En déduire la valeur de  $a^3$  puis de  $a^4$

EXERCICE 3

1. Simplifier l'écriture de  $A = 2\sqrt{8} + 3\sqrt{32} + 2\sqrt{98}$
2. Vérifier chacune des égalités suivantes :

$$\sqrt{4 + \sqrt{7}} + \sqrt{4 - \sqrt{7}} = \sqrt{14}$$

$$\sqrt{5 + \sqrt{21}} + \sqrt{5 - \sqrt{21}} = \sqrt{14}$$

EXERCICE 4

Pour quels réels  $x$  a-t-on :

$$\frac{1}{|x|} = 2 \quad ; \quad |x|^2 = 2 \quad ; \quad |x|^2 = |x| \quad ; \quad |x-1| + 1 = 0 \quad ; \quad |x-3| = |3-x| \quad ; \quad |3x-1| |x-1| = 0$$

EXERCICE 5

Vérifier que :  $1 + \sqrt{3} = 2 + \frac{2}{1 + \sqrt{3}}$

En déduire :  $\sqrt{3} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \sqrt{3}}}$       puis       $\sqrt{3} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{2}{1 + \sqrt{3}}}}$

EXERCICE 6

Montrer que :  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)\left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{999^2}\right)\left(1 - \frac{1}{1000^2}\right) = 0,5005$

EXERCICE 7

Quel est le nombre de chiffres de  $4^{16} \cdot 5^{25}$  ?

EXERCICE 8

1. Montrer que :  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$
2. Utiliser l'égalité précédente pour écrire le nombre  $13 \times 74$  sous la forme d'une somme de deux carrés d'entiers et ceci de deux manières différentes.
3. Ecrire sous la forme d'un produit :  $(xy + 2)^2 + (x - 2y)^2$

EXERCICE 9

Ecrire  $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$  sous la forme d'un quotient.

En remarquant que  $6 = 2 \times 3$ ,  $12 = 3 \times 4$ ,  $20 = 4 \times 5$ , etc., calculer, en effectuant le moins

d'opérations possibles, la somme :  $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$

EXERCICE 10

On pose  $x = 12^6$ ,  $y = 6^8$  et  $z = 2^{11} \cdot 3^7$   
Vérifier que  $x^x \cdot y^y = z^z$

EXERCICE 11 (D'après les olympiades mathématiques Belges 1985)

Quels termes faut-il enlever de la somme :  $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}$  pour que la somme des termes restants soit égale à 1 ?

EXERCICE 12 (D'après les casse - tête mathématiques de Sam Loyd)

Je fis marcher deux montres en même temps et constatais que l'une retardait de deux minutes par heure et que l'autre avançait d'une minute par heure. Quand je les regardais de nouveau, celle qui avançait indiquait exactement une heure de plus que l'autre. Combien de temps les montres ont-elles marché ?